



GAUSS-JAHR 2005

# Carl Friedrich Gauß oder Die Vermessung der Welt

DIE WALHALLA, DER „BAYERISCHE OLYMP“ HOCH ÜBER DER DONAU BEI DONAUSTAUF, HAT SEIT 1842, ALS REGIOMONTANUS (1436–1476) UND KEPLER (1571–1630) DORT IHREN VERDIENTEN PLATZ FANDEN, KEINEN MATHEMATIKER MEHR AUFGENOMMEN, ABGESEHEN VON DEM UNIVERSALGELEHRTEN LEIBNIZ UND DEN ASTRONOMEN KOPERNIKUS UND HERSHEL. DIE LISTE HOCHVERDIENTER MATHEMATIKER „TEUTSCHER ZUNGE“, DENEN BISHER DER EINZUG IN DIE WALHALLA VERSAGT BLIEB, ENTHÄLT NUR WENIGE NAMEN, WIE EULER (1707–1783), HILBERT (1862–1943) UND EIN DUTZEND ANDERER, DEREN TRÄGER WELTWEIT ÜBERRAGEND SIND, DARUNTER ABER IN ERSTER LINIE DEN VON GAUSS (1777–1855).

VON FRIEDRICH L. BAUER  
UND ROLAND BULIRSCH

Zwei Personen im Zentrum des Geschehens. Die Wirkung beider erdumgreifend. Der eine in Südamerika, der andere in Deutschland: Alexander von Humboldt und Carl Friedrich Gauß.

Der Befehl kommt aus London. 1820, König Georg IV. von Großbritannien und Hannover beauftragt Gauß per königlicher Cabinetts-Order „... das nützliche Werk einer Fortsetzung der Dänischen Gradmessung durch unsere dortigen Lande auszuführen...“. Das war kein Zufall.

In der Hochburg der Mathematik, in Paris, sprachen Mathematiker und Astronomen schon um 1802 mit Hochachtung von dem 25-jährigen Braunschweiger, und sogar im Vorzimmer Napoleons I. nannte man seinen Namen mit Respekt. Nur wenig später versicherte Alexander von Humboldt dem König Friedrich Wilhelm III. von Preußen, nur ein Mann könne der Preußischen Akademie der Wissenschaften den alten Glanz wiedergeben: C. F. Gauß.

Jetzt also neue Aufgaben. Die Ausdehnung der Triangulationen und

Vermessungsarbeiten auf das gesamte Königreich Hannover werden Gauß auf Jahrzehnte beschäftigen. Später wird er dem Mathematiker Pfaff schreiben, dass er noch „ein

vertraut er an, dass er den „trigonometrischen Messungen immer eine interessante Seite abgewonnen und die täglichen Ausgleichungen lieb gewonnen hat“.



Dreiecksnetz von Bremen bis Ostfriesland, die Nordsee und Helgoland zu führen hat“. Teile dieses Triangulationsnetzes waren auf der Rückseite des blauen 10-DM-Scheins abgebildet, auf dem Gauß einer breiten Öffentlichkeit bis ins dritte Jahrtausend begegnet ist. Neben vielem anderen erfindet Gauß für seine umfangreichen Vermessungsarbeiten den Heliotrop, ein Spiegelgerät, das die anvisierten Zielpunkte ausleuchtet. Gauß hatte diese Arbeiten nie als Fron empfunden. Dem Astronomen Bessel

Gauß arbeitet unermüdlich. Stolz ist er auf die Anlage seiner „Durchhaue“, Schneisen, die in den Wäldern der Lüneburger Heide geschlagen werden mussten, um freie Sicht zwischen trigonometrischen Messpunkten herzustellen.

Die neuen Verfahren von Gauß waren genau die, auf die Geodäten gewartet hatten. Jetzt erst war es möglich, die gemessenen Triangulationsnetze „auszugleichen“, die

**10-DM-Banknote mit der Gaußschen Glockenkurve (Vorderseite) und dem Triangulationsnetz (Rückseite).**



DEUTSCHES MUSEUM

**Carl Friedrich Gauß, (1777–1855), Kopie eines Ölgemäldes um 1850. 1808 wurde er zum korrespondierenden und 1820 zum auswärtigen Mitglied der Bayerischen Akademie der Wissenschaften gewählt.**

sich durch Messfehler ergebenden Widersprüche auf ein Mindestmaß zu beschränken. Seine Methode wurde auch bei der Vermessung des Königreichs Bayern im 19. Jahrhundert mit Erfolg eingesetzt.

Später wird man mit den Methoden von Gauß die ganze Erde vermessen. Nicht nur die, denn begonnen hatte alles viel früher.

### Auf der Suche nach einem verschwundenen Planeten

1801 war ein neuentdeckter Planet aus den Fernrohren der Astronomen entchwunden. Die Entdeckung dieses Planeten hatte bei Wissenschaftlern, in schöngeistigen Zirkeln, bei Adel und Bürgern, für Aufregung gesorgt; nach dem Uranus war es der zweite seit der Antike entdeckte Planet. Und jetzt war er verschwunden. Nur wenige und dazu ungenaue Beobachtungsdaten hatte man; und alle Fachleute Europas versuchten, daraus die Bahn des Planeten zu berechnen, um ihn am Himmel wiederzufinden. Vergeblich! Der junge Gauß, 23 Jahre ist er alt, hört auch davon und berechnet mit seiner neuen

Methode die Stellen des Himmels, die Ephemeriden, wo man suchen müsste. Seine Resultate – völlig anders als das, was die berühmtesten Astronomen dieser Zeit bisher errechnet hatten – schickte er zwei bekannten Astronomen. Und wirklich: In der Neujahrsnacht von 1801 auf 1802 findet der Astronom Zach, eine Nacht später auch der Astronom Olbers den neuen Planeten, die Ceres. Über neun Monate hatte man gesucht, jetzt war er wieder da, fast genau an der von Gauß berechneten Stelle. Eine Sensation!

### Weltruhm über Nacht

Die wissenschaftliche Welt Europas war beeindruckt. Gauß wurde „über Nacht“ berühmt. Der Astronom Zach in seiner monatlichen Korrespondenz: „Ohne die scharfsinnigen ... Berechnungen des Dr. Gauß hätten wir die ... Ceres nicht wieder gefunden.“ Der Astronom Olbers über den 23-jährigen Braunschweiger: „Melden Sie dies dem würdigen Gelehrten unter Bezeugung meiner ganz besonderen Hochachtung. Ohne seine Untersuchungen hätten wir die Ceres nicht wieder gefunden.“ Der Herzog von Braunschweig erhöht sofort Gaußens Stipendium auf 400 Taler jährlich. Die Königliche Sozietät der Wissenschaften in Göttingen ernennet den jungen Mann zu ihrem Mitglied.

Weitere kleine Planeten werden entdeckt, für alle berechnet Gauß mit seiner „Methode der kleinsten Quadrate“ die Bahndaten. Beim vierten „neuen“ Planeten bittet ihn Olbers auch um Namensgebung. Gauß an Olbers: „... ich weiß dem Planeten keinen schöneren Namen zu geben als den der Schutzgöttin der reinen Sitte, der makellosen Tugend und des häuslichen Glücks: ... Ihr Töchterchen heiße Vesta.“

Goethe, 1809, im zu Ehren der Herzoginmutter Luise verfassten

Maskenzug: „Der neuen [Planeten], der sind ihrer vier/ Bekrönt mit holder Namens-Zier/ Juno, Vesta, Pallas, Ceres genannt/ Klein und vor Kurzem noch nicht bekannt.“

Die Gaußsche Methode wird bis heute bei der Berechnung der Bahnen von Kometen, Asteroiden, künstlichen Satelliten und unzähligen anderen eingesetzt.

### Urvater des Internet

Wer mehr über Carl Friedrich Gauß wissen möchte, sucht vielleicht im Web. Er ist ja einer von dessen Urvätern: Zwischen Gauß und dem Physiker Weber wurden 1833 zum erstmaligen Daten auf elektromagnetischem Wege übertragen – entlang von 2 bis 3 Millimeter dicken Eisen- und Kupferdrähten mehr als einen Kilometer weit über die Dächer Göttingens hinweg. Gauß sprach davon, ganze Länder wie Russland mit einem Netz solcher Leitungen zu überziehen, um Nachrichten auf elektrischem Wege zu übertragen. In Göttingen hielt man ihn deshalb für verrückt. Nach Jahrzehnten wird Werner von Siemens diese Idee von Gauß in die Tat umsetzen. Später hat Alexander von Humboldt dem alten und hinfälligen Gauß Trost gespendet: „Wer der elektrischen Sprache, die über Meer und Land geht, Sicherheit, Maß und Flügel verliehen hat, sollte in dem [durch Werner von Siemens] erneuerten Andenken einen Keim zur Lindernung finden“.

### Gauß zu Ehren

Mit Google sprudeln die wissenschaftlichen Begriffe nur so über den Bildschirm. Da sind die nach Gauß benannten mathematischen Lehrsätze: Satz von Gauß-Bonnet, Satz von Gauß-Markov, Satz von Gauß, Satz von Ostrogradsky-Gauß usw. Dann die physikalischen Benennungen: Die Maßeinheit Gauß für die Größe der magnetischen

Induktion, heute entsprechend  $10^{-4}$  Tesla. Es erscheint die Gauss Rifle, ein magnetischer Linearbeschleuniger, oder die Gauss Gun – so getauft, weil man dabei das magnetische Feld als treibende Kraft nutzt. Auf modernen Geräten sind gelegentlich Tasten beschriftet mit „degauss“. Dahinter verbirgt sich eine Methode zur Löschung aufgeprägter Signale auf magnetischen Medien, bewirkt durch ein magnetisches Feld großer Stärke, das alle magnetischen Domänen einheitlich ausrichtet.

Geläufige Begriffe sind Gaußsche Abbildung, Gaußsche Summe, Gaußsche Koordinaten, Gaußsche Periode, Gaußsche Funktion, Gaußsche Gleichung, Gaußsche Elimination, Gaußsche Zahlenebene, Gaußsche Wahrscheinlichkeitsverteilung, Gaußsche Gravitationskonstante. Gauß ohne Ende! Die Gaußsche Normalverteilung (Glockenkurve) schaffte es noch auf die Vorderseite des früheren 10-DM-Scheins zu kommen; sie dominiert bis heute Theorie und Praxis von Physikern und Ingenieuren. Sogar in ganz neuen Disziplinen tritt sie auf, so beim machine learning.

### Der Fußball und die Gaußsche Krümmung

Ein Geschenk in Quaderform (Buch) kann man, wie jeder weiß, ordentlich in Geschenkpapier einwickeln. Einen Fußball oder ein Osterei in gleich sauberer Form in Papier einzuwickeln gelingt nie. Die Theorie weiß, warum: Fußball und Einwickelpapier besitzen unterschiedliche „Gaußsche“ Krümmung. Gaußens Theorema Egregium, „herausragender Satz“, trägt den von Gauß gegebenen lateinischen Namen noch heute: Die Gaußsche Krümmung kann, vereinfacht ausgedrückt, von einem Flachwesen (einer Wanze etwa) durch reine Entfernungsmessungen z.B. auf dem Globus ermittelt wer-

den. Eine umwälzende Erkenntnis! Durch Messungen können wir feststellen, ob wir in einer gekrümmten Welt leben.

### Gauß, der wissenschaftliche Revolutionär

Gauß, nach außen ein brav wirkender Untertan seines Königs, war in seinem Denken radikal unabhängig, revolutionär. Er glaubte auch nicht daran, dass wir in einer euklidischen Welt leben. Ein unerhörter Gedanke, keiner der großen berühmten Denker wäre auf so eine „verrückte“ Idee verfallen. Gauß suchte nach empirischen Beweisen, vermaß dazu ein großes Dreieck in der norddeutschen Ebene. Aber innerhalb der Messfehler war die Winkelsumme doch nur  $180^\circ$ . Also nichts!

Natürlich hatte Gauß mit seiner Vermutung recht. Aber er hätte ein Dreieck mit kosmischen Dimensionen vermessen müssen. Albert Einstein ist ohne Gauß nicht denkbar.

### Höchste Anerkennung

1853 zeichnet Maximilian II. von Bayern Gauß mit dem Königlichen Maximilians-Orden für Wissenschaft und Kunst aus. Mit Gauß wurden damals noch andere ausgezeichnet: Alexander von Humboldt, Jacob Grimm, Justus Freiherr von Liebig, Wilhelm von Schelling, Georg Simon Ohm, Franz Grillparzer, Leo von Klenze, Wilhelm von Kaulbach, Giacomo Meyerbeer, Joseph Freiherr von Eichendorff. Gauß reihte sich damals schon würdig in diesen erlauchten Kreis von Wissenschaftlern und Künstlern ein.

König Georg V. von Hannover ließ nach dem Tod von Gauß, 1855, eine Gedenkmedaille prägen. Mathematicorum princeps und decus aeternum war darauf zu lesen. Fürst der Mathematiker und (der Göttinger Universität) ewige Zier.

Gauß war im Kern Mathematiker, aber seine Leistungen greifen über Mathematik, über Astronomie und Geodäsie (die heute eher Randgebiete der Mathematik sind), und über die Physik hinaus. Botanik und Mineralogie waren ihm nicht fremd, die Palmengattung *Gaussia* ist nach ihm benannt, die Beherrschung fremder Sprachen, der Klassiker des Altertums und der europäischen Literatur, für ihn war das selbstverständlich. Später hat er auch Russisch gelernt, schrieb russische Briefe. Gauß gehörte einem literarischen Zirkel an; den Dichter Jean Paul aus Wunsiedel hat er hoch verehrt.

In der Mathematik hielt er ein ausgewogenes Gleichgewicht zwischen der sogenannten Reinen Mathematik und der sogenannten Angewandten Mathematik, er nutzte deren gegenseitige Befruchtung. Ein Gegensatz zwischen der Reinen und der Angewandten Mathematik, den später im 19. Jahrhundert einige seiner Epigonen glaubten konstruieren zu müssen, war der überragenden mathematischen Begabung, die Gauß auszeichnete, völlig fremd.

### Nachruhm?

Ein „englischer“ Gauß würde im Heiligtum der angelsächsischen Welt, in der Abtei von Westminster ruhen, nahe beim Hochaltar, bei den anderen Großen der Mathematik, Maxwell, Green, dort, wo auch auf einer Grabplatte in lateinischer Sprache eingemeißelt ist: „Hier liegt, was sterblich war an Isaac Newton“. Das Grab des deutschen Gauß liegt heute auf einem Göttinger Kinderspielplatz. Die Bayerische Akademie der Wissenschaften hat sich nachdrücklich dafür eingesetzt und hat die Staatsregierung zum wiederholten Male daran erinnert, daß Carl Friedrich Gauß endlich in die Walhalla aufgenommen werden sollte.



**10-Pfennig-Briefmarke der Deutschen Bundespost zum 100. Todestag von Carl Friedrich Gauß 1955.**

*Friedrich L. Bauer ist em. o. Professor für Mathematik und Informatik, Roland Bulirsch em. o. Professor für Höhere und Numerische Mathematik der TU München.*

*Die Autoren danken Gunther Schmidt und Karin Reich für wertvolle Hinweise. Der Titel dieses Beitrags wurde nach dem Roman von Daniel Kehlmann: Die Vermessung der Welt, Rowohlt 2005, gewählt.*