

Mathematisch-physikalische Klasse.

Am 6. Januar 1920 starb **Hieronymus Georg Zeuthen**, Professor der Mathematik an der Universität Kopenhagen, korrespondierendes Mitglied unserer Akademie seit 1910. Er wurde am 15. Februar 1839 in Grimmstorp (in Jütland) geboren, studierte 1857—62 an der Universität Kopenhagen und ging 1863 nach Paris, wo der große Geometer Michael Chasles wirkte, der von entscheidendem Einflusse auf seine ganze wissenschaftliche Tätigkeit wurde. Seit 1871 lehrte er als außerordentlicher, seit 1886 als ordentlicher Professor an der Universität Kopenhagen, wo er mit großem Erfolge Vorlesungen über fast alle Gebiete der Mathematik hielt, außerdem aber auch über die Geschichte der Mathematik zu allen Zeiten. Sowohl hierin als in seinen rein mathematischen Arbeiten zeigt sich der Einfluß seines Lehrers Chasles. Das 1885 in den

1) Eine Übersicht über Vollmers Arbeiten bis zum Jahre 1909 bietet der Almanach der Akademie für 1909 auf Seite 242. Eine vollständige Zusammenstellung wird ein Nekrolog seines Schülers H. Rubenbauer in Bursians Jahresberichten f. d. klass. Alt. bringen, der auch Vollmers Wirken als akademischer Lehrer würdigen soll.

Abhandlungen der dänischen Akademie, 1886 in deutscher Übersetzung erschienene umfangreiche Werk „Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum“ läßt die Geometrie der Griechen in neuem Lichte erscheinen; es war Zeuthen gelungen, sich mit seltener Tiefe in das antike Denken, in die jetzt vergessenen Methoden des Altertums einzufühlen, und so zu dem überraschenden Resultate zu gelangen, daß die Kegelschnitttheorie des Apollonius auf denselben Hilfsmitteln beruht wie die analytische Geometrie des Descartes, nur in anderer Ausdrucksform; es fehlte die Bezeichnungsweise der heutigen Algebra; Quadrate und Produkte der Koordinaten konnten nicht abgekürzt in heutiger Weise geschrieben werden, sondern wurden geometrisch umschrieben, und dies entsprach dem antiken Denken, in dem die irrationalen Zahlen nur geometrisch definiert werden konnten, während in der reinen Arithmetik nur rationale Zahlen zulässig waren. Ein weiteres historisches Werk „Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter“ folgte 1896, und sodann 1903 die „Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert“. Überall gibt Zeuthen nicht eine Aufeinanderfolge von Tatsachen und Jahreszahlen, sondern vermittelt dem Leser einen forschenden Einblick in die Zusammenhänge und die allmähliche Entwicklung mathematischer Methoden. Gemeinsam mit Heiberg gab er (1906) eine von diesem wieder entdeckte, verloren geglaubte Schrift des Archimedes heraus; er verfaßte insbesondere den mathematischen Kommentar dazu.

Von seinen mathematischen Arbeiten sind diejenigen über Kurven-Systeme von nachhaltigem Einflusse auf die Entwicklung der Geometrie gewesen, sodann seine Untersuchungen über die Singularitäten algebraischer Kurven und Flächen, und deren Anwendung auf die Theorie der Reziprokalflächen. Seine Arbeiten über Flächentheorie sind dadurch wichtig geworden, daß sie später Nöther die Grundlage boten zur Aufstellung des „zweiten Flächengeschlechts“ einer Zahl, die ebenso wie die von Clebsch aufgestellte erste Geschlechtzahl bei eindeutigen algebraischen Transformationen ungeändert bleibt.

Insbesondere haben das Chaslessche Korrespondenzprinzip und dessen Verallgemeinerung durch Cayley und Brill sein Interesse erregt. Das führte ihn zur Beschäftigung mit den „abzählenden“ Methoden der Geometrie überhaupt, und seine tiefen kritischen Forschungen sind zusammengefaßt und durch eine Gesamtdarstellung aller Arbeiten seiner Vorgänger, unter denen besonders Schubert zu nennen ist, erweitert in dem (in deutscher Sprache geschriebenen) Werke „Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie“ (1914), das lange für diese Disziplin grundlegend bleiben wird. Am bekanntesten sind vielleicht seine Arbeiten über den Chaslesschen Satz, betreffend die Anzahl $a\mu + \beta\nu$ der Kegelschnitte eines Systems mit den Charakteristiken (μ, ν) , die einer hinzutretenden Bedingung mit den Charakteristiken (α, β) genügen. Die Aufsehen erregende Entdeckung Halphens, daß dieser Satz trotz des von Clebsch gegebenen algebraischen Beweises nicht allgemein gültig sei, führte zu einer Diskussion mit Study (Math. Annalen Bd. 27 und 37). Die Differenz der Meinungen ist nach meiner Auffassung nur ein Wortstreit, indem es darauf ankommt, was man unter „eigentlicher“, was unter „uneigentlicher“ Lösung versteht. Bei Clebsch sind als uneigentlich (wie aus meiner Darstellung seines Beweises in den „Vorlesungen“ besonders deutlich hervorgeht) alle Lösungen ausgeschlossen, die nur deshalb den Bedingungen genügen, weil sie in Doppellinien ausarten, ohne irgend eine Beziehung zu der geforderten Bedingung zu haben; nicht ausgeschlossen sind Doppellinien, die überdies die gestellte Bedingung durch ihre besondere Lage zum Kegelschnittsysteme befriedigen; und in diesem Sinne ist der Beweis von Clebsch vollkommen zuverlässig. Es wird das an dem Halphenschen Beispiele (dessen projektive Verallgemeinerung ich in die französische Ausgabe von Clebschs Vorlesungen aufgenommen habe) klar: die Zahl der Kegelschnitte eines Büschels mit gemeinsamem Berührungspunkt dritter Ordnung, die eine gegebene Strecke nach einem Doppelverhältnisse teilen, welches gleich ist dem Sinus des Winkels, den die von einem beliebigen Punkte an den Kegelschnitt gelegten

Tangenten bilden, sollte nach Chasles gleich vier sein. Die betr. Gleichung ist homogen in den Koeffizienten der Linienkoordinaten-Gleichung, wird also von allen Doppellinien befriedigt; diese uneigentlichen Lösungen werden durch den Beweis von Clebsch ausgeschlossen; die im Büschel vorhandene Doppellinie (gemeinsame Tangente) genügt aber der Bedingung außerdem, indem sowohl das Doppelverhältnis als der Sinus gleich Null werden. Will man sie ausschließen, so bleiben drei „eigentliche“ Lösungen. Halphens Verdienst besteht darin, daß er lehrt, wie man diese (im gewissen Sinne doch eigentlichen) Lösungen zu beurteilen, insbesondere in ihrer Vielfachheit zu bestimmen hat.

Das wissenschaftliche Zusammenarbeiten der Gelehrten verschiedener Nationalität lag Zeuthen sehr am Herzen. Seinem Bildungsgange entsprechend verbanden ihn freundschaftliche Beziehungen mit den französischen Forschern, wie ich zu beobachten Gelegenheit hatte, als ich 1900 (wo er die dänische Akademie bei der internationalen Association vertrat) mit ihm gemeinsame Besuche bei den Pariser Mathematikern machte; besonders stand ihm Mannheim nahe. Aber auch mit den Deutschen Fachgenossen unterhielt er enge Beziehungen. Er war von Anfang an treuer Mitarbeiter an den von Clebsch und C. Neumann begründeten Mathematischen Annalen; Ostern 1873 besuchte er die erste deutsche Mathematiker-Versammlung, die unter Brills Vorsitz in Göttingen stattfand. Im Sommer 1874 suchte er Klein in Erlangen auf; damals war gerade seine große Arbeit über Systeme von Kurven vierter Ordnung erschienen (Abhandlungen der dänischen Akademie) und der Aufsatz über die Gestalten der Kurven vierter Ordnung, welcher nach dem Geiserschen Prinzipie enge Berührungspunkte zu Kleins Arbeiten über die Gestalten von Flächen dritter Ordnung bot (Math. Annalen Bd. 7); Unterhaltungen mit ihm veranlaßten mich damals zu dem betreffenden Abschnitte in den „Vorlesungen über Geometrie“. Auch in München durften wir ihn wiederholt begrüßen, da von Braunnühls historische Arbeiten zu den seinigen in Beziehung standen.

Wer mit ihm in Berührung kam, wird sich stets gerne seiner liebenswürdigen Persönlichkeit erinnern. Wie er die Arbeit des Gelehrten aufgefaßt wissen wollte, zeigen die Schlüßworte seiner Rektoratsrede (1907, *Rivista di Scientia*, vol. V, 1909): „Nous devons mettre notre personnalité dans notre travail; mais que cela ne nous incite pas à y chercher notre propre honneur.“ Neben der dänischen Muttersprache bediente er sich in seinen Aufsätzen am liebsten des Französischen; wichtigeren dänischen Arbeiten fügte er gerne ein französisches Resumé hinzu; nur das erwähnte Werk über abzählende Geometrie und ein auf diese Disziplin bezüglicher Bericht von der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften ist deutsch geschrieben.

Ein ausgezeichnetes Lichtbild von ihm sieht man in der von seinen Schülern zu seinem 70. Geburtstage herausgegebenen Festschrift (Kopenhagen, bei Host & Sohn, 1909). Eine eingehende Würdigung seiner wissenschaftlichen Leistungen gab M. Nöther im Band 83 der *Math. Annalen*, auch ein Verzeichnis seiner Schriften (in letzterem fehlt Zeuthens Bericht über Clebschs Vorlesungen in Darboux's Bulletin des *Sciences mathématiques*, tom. X). Vgl. ferner die Gedächtnisrede von C. Jacob in der dänischen Akademie (16. Januar 1920).

F. Lindemann.